

**BMS, Gymnasium, FMS, WMS/IMS**  
**Aufnahmeprüfung Mathematik 2022**

# **Lösungsschlüssel**

## **Hinweise zur Korrektur:**

- Lösungen sind **rot**, Punktevergabe **grün** gekennzeichnet
- Die maximale Punktezahl ist bei jeder Aufgabe beim Endresultat aufgeführt  
→ z.B. (3P/\_\_\_P), Punktemaximum 69 Punkte
- Punkte für richtige Teilresultate sind mit dem entsprechenden Vermerk aufgeführt
- Es werden nur ganze Punkte vergeben
- Richtige Endresultate ergeben prinzipiell die volle Punktzahl. Ist ein richtiges Endresultat nachweislich aufgrund falscher Lösungsschritte entstanden, erfolgt ein entsprechender Abzug bei der Punktevergabe
- Folgefehler ergeben keinen weiteren Abzug, falls die Aufgabe sich dadurch nicht wesentlich vereinfacht
- Fehlende Masseinheiten ergeben keinen Abzug
- Das Bewerten von Lösungswegen, welche nicht im Lösungsschlüssel aufgeführt sind, erfolgt nach Absprache unter den Mitgliedern des Korrekturteams vor Ort, analog der Vorgabe.

## A. Bruchrechnen

▷ Bewertung: Taschenrechnerlösungen ohne Lösungswege sind bei Aufgabe 1 und 2 auch zulässig!

1. Stelle das Resultat als **gekürzten gewöhnlichen Bruch** (z.B.  $\frac{3}{7}$ ) oder als **Dezimalbruch** (z.B. 0,43) dar.

a)  $\frac{5}{11} - 7 - \frac{4}{5} + 8 = \frac{25}{55} - \frac{44}{55} + 1 = \frac{36}{55}$  oder = **0,65**

(1P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtige Resultat**

b)  $6 \cdot \left( \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} - 2 \cdot \frac{3}{14} \right) - \frac{1}{7} = 6 \cdot \left( \frac{15}{28} - \frac{6}{14} \right) - \frac{1}{7} = 6 \cdot \left( \frac{15}{28} - \frac{12}{28} \right) - \frac{1}{7}$   
 $= 6 \cdot \frac{3}{28} - \frac{4}{28} = \frac{18}{28} - \frac{4}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$  oder = **0,5**

(2P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtige Ausmultiplizieren in der Klammer, falls das Resultat falsch ist**

c)  $\frac{\frac{5}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\frac{5+2}{8}}{\frac{6-1}{8}} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{25}$  oder = **0,84**

(2P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtige Zusammenfassen von Zähler oder Nenner oder für die Multiplikation mit dem 2.Bruch, falls das Resultat falsch ist**

2. Schreibe folgende Dezimalbrüche als **gekürzte gewöhnliche Brüche**.

a)  $0,625 = \frac{5}{8}$

(1P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtig, gekürzte Resultat**

b)  $0,\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(1P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtig, gekürzte Resultat**

**B. ALGEBRA / ANWENDUNGEN**

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.  
Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

3. Berechne und vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

$$\begin{aligned} \text{a) } 4a + (-(a + b) + 2b) - (3a - 2b) &= 4a + (-a - b + 2b) - 3a + 2b \\ &= 4a - a - b + 2b - 3a + 2b = \underline{\underline{3b}} \end{aligned}$$

(2P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für das richtige Auflösen der inneren Klammer**  
**1 Punkt für das richtige Endresultat**

$$\text{b) } (4x + 9y)^2 = \underline{\underline{16x^2 + 72xy + 81y^2}}$$

(2P/\_\_\_\_P)

**1 richtiger Term → 0 Punkte**  
**2 richtige Terme → 1 Punkt**  
**3 richtige Terme → 2 Punkte**

c) Zerlege unter Verwendung der binomischen Formel in Faktoren:

$$9m^2 - 25n^2 = \underline{\underline{(3m + 5n)(3m - 5n)}}$$

**1 Punkt für das richtige Resultat**

(1P/\_\_\_\_P)

4. Vereinfache und kürze die folgenden Terme a) – c) so weit wie möglich:

a)  $\frac{x^{10} x^{-2}}{x^4 x^{-7}} = x^{10-2-4+7} = x^{11}$  oder  $\frac{x^{10} x^{-2}}{x^4 x^{-7}} = \frac{x^8}{x^{-3}} = x^{8-(-3)} = x^{11}$

(2P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für eine korrekte Anwendung eines Potenzgesetzes**  
**1 Punkt für korrektes Zusammenfassen**

b)  $\frac{8f}{f^2-4e^2} - \frac{3}{f-2e} = \frac{8f}{(f+2e)(f-2e)} - \frac{3(f+2e)}{(f+2e)(f-2e)}$   
 $= \frac{8f-3f-6e}{(f+2e)(f-2e)} = \frac{5f-6e}{(f+2e)(f-2e)}$  oder  $\frac{5f+6e}{f^2-4e^2}$

(3P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt Hauptnenner**  
**1 Punkt korrektes Erweitern**  
**1 Punkt korrektes Zusammenfassen**

c)  $\frac{3y-12}{y^2-10y+} \cdot \frac{2y-10}{5y-20} = \frac{3(y-4)}{(y-5)(y-5)} \cdot \frac{2(y-5)}{5(y-4)} = \frac{6}{5(y-5)}$  oder  $= \frac{6}{5y-25}$

(3P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt korrektes Faktorisieren von 2 und 3 Termen**  
**1 Punkt korrektes Faktorisieren von 4 Termen**  
**1 Punkt korrektes Kürzen**

d) Bestimme x:

$(3^6)^2 \cdot 3^{-5} = 3^x \Rightarrow 3^{12} \cdot 3^{-5} = 3^x \Rightarrow 3^7 = 3^x \Rightarrow x = 7$

(2P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt für die korrekte Multiplikation der Exponenten 6·2 = 12**  
**1 Punkt korrektes Zusammenfassen**

5. Gegeben sei die folgende Formel für die Berechnung des Volumens eines Kugelsegmentes:

$V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$

a) Welchen Wert bekommst Du für das Volumen **V**, wenn h = 6 cm und r = 2,5 cm betragen?

**V = ?**

**1 Punkt korrektes Übertragen der Werte in die Formel**  
**1 Punkt für das richtige Resultat**  
**Fehlende Einheit: kein Abzug!**

$V = 56,55 \text{ cm}^2$

(2P/\_\_\_\_P)

b) Forme die Formel  $V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$  nach **r** um:

**r = ?**

$r = \frac{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h^2} + h}{3}$  oder  $= \frac{V}{\pi \cdot h^2} + \frac{h}{3}$

**1 Punkt Multiplikation mit 3 und Division durch  $\pi h^2$**   
**1 Punkt Addition von h und Division durch 3, auch wenn der Doppelbruch nicht aufgelöst ist**

(2P/\_\_\_\_P)

6. Löse die nachfolgenden Gleichungen nach  $x$  auf:

a)  $9 - 3(2x + 5) = 4(3,5 - x) + 2x$

$$9 - 6x - 15 = 14 - 4x + 2x$$

$$-6x - 6 = -2x + 14 \quad \Rightarrow -20 = 4x \Rightarrow x = -5$$

(3P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt** korrektes Auflösen für eine der beiden Klammern

**1 Punkt** korrektes Zusammenfassen

**1 Punkt** richtiges Endresultat

b)  $14 - 2x - 3 = 9 - 3(5 + 7x - (3x - 1))$

$$14 - 2x - 3 = 9 - 3(5 + 7x - 3x + 1)$$

$$14 - 2x - 3 = 9 - 3(6 + 4x)$$

$$11 - 2x = 9 - 18 - 12x \quad \Rightarrow 10x = -20 \Rightarrow x = -2$$

(4P/\_\_\_\_P)

**1 Punkt** korrektes Auflösen der inneren Klammer

**1 Punkt** korrektes Ausmultiplizieren der äusseren Klammer

**1 Punkt** korrektes Zusammenfassen

**1 Punkt** richtiges Endresultat

7. Berechne  $x$  und  $y$  für das folgende Gleichungssystem:

I.  $9x - 8y = 25 \quad | \cdot (-2) \quad -18x + 16y = -50$

II.  $6x + 13y = -20 \quad | \cdot 3 \quad \underline{18x + 39y = -60}$

$$55y = -110$$

$$\Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow 9x - 8 \cdot (-2) = 25 \Rightarrow 9x = 9$$

$$\Rightarrow x = 1$$

**2 Punkte** Ansatz Lösungsverfahren

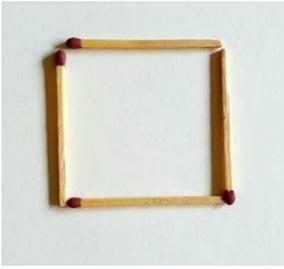
**1 Punkt** korrekter  $x$ -Wert

**1 Punkt** korrekter  $y$ -Wert

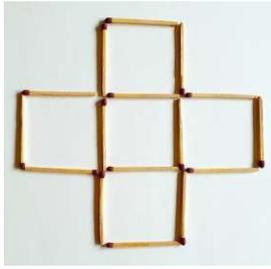
(4P/\_\_\_\_P)

8. Mit Streichhölzern werden verschiedene Figuren gemäss den Abbildungen gelegt:

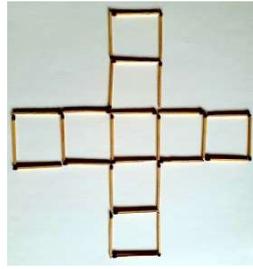
Figur 1



Figur 2



Figur 3



a) Notiere in der Tabelle die Anzahl Hölzchen für die Figur 7.

(1P/\_\_\_\_P)

b) Notiere in der Tabelle: Wie heisst der Term für die allgemeine Figur n?

(1P/\_\_\_\_P)

Figur	1	2	3	...	7	n
Anzahl Hölzchen	4	16	28	...	76	$12 \cdot (n - 1) + 4$ oder $12n - 8$

**Je 1 Punkt pro richtig ausgefülltes Kästchen**

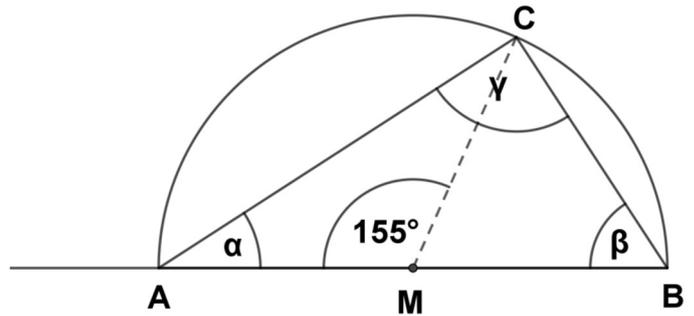
**C. GEOMETRIE**

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.  
Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!  
**Die Skizzen sind nicht massstabsgetreu gezeichnet!**

9. Berechne die gesuchten Winkel:

- a) den Winkel  $\alpha =$  \_\_\_\_\_  $\alpha = 12,5^\circ$  (1P/\_\_\_P)
- b) den Winkel  $\beta =$  \_\_\_\_\_  $\beta = 77,5^\circ$  (1P/\_\_\_P)
- c) den Winkel  $\gamma =$  \_\_\_\_\_  $\gamma = 90^\circ$  (1P/\_\_\_P)

Hinweis: M ist der Kreismittelpunkt auf dem (Halbkreis-) Durchmesser  $\overline{AB}$ .



- 1 Punkt für die Berechnung von  $\alpha = 12,5^\circ$**   
**1 Punkt für die Berechnung von  $\beta = 77,5^\circ$**   
**1 Punkt für die Berechnung von  $\gamma = 90^\circ$**

10. Ein Eiswürfel mit der Kantenlänge  $a = 20$  cm wird aufgetaut. Das geschmolzene Wasser wird in eine Hohlform eines Kegels mit Radius  $r = 15$  cm gegossen und dann wieder eingefroren (vgl. Skizze).

Berechne:

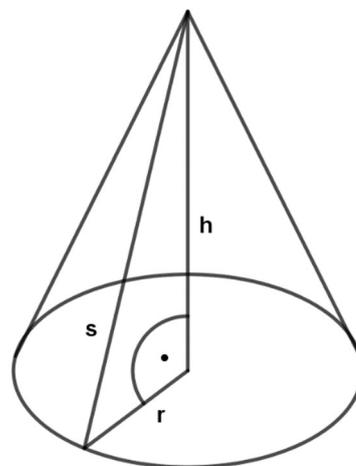
- a) die Kegelhöhe. (2P/\_\_\_P)
- b) die Mantellinie  $s$  des Kegels. (2P/\_\_\_P)

a) Würfel:  $V_W = 20^3 = 8000 \text{ cm}^3$

Kegel:  $V_K = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = 8000 \text{ cm}^3$

$h = \frac{V_K \cdot 3}{\pi \cdot r^2} = 33,95 \text{ cm}^3$

b) Mantellinie:  $s = \sqrt{h^2 + r^2}$   
 $= \sqrt{33,95^2 + 20^2} = 37,12 \text{ cm}^3$



(Skizze: Kegel nach dem Einfrieren des Wassers)

- 1 Punkt für das Kegel- / Würfelvolumen**  
**1 Punkt für die Kegelhöhe**  
**2 Punkte für die Mantellinie**  
**Fehlende oder falsche Einheit: kein Abzug!**

11. Gegeben ist die Skizze mit vier mondsichelähnlichen Figuren mit  $r_1 = 5\text{cm}$ .

Berechne:

- die Seitenlänge des Quadrates.
- den Flächeninhalt  $A_K$  des Kreises mit dem Radius  $r_1$ .
- den Flächeninhalt  $A_S$  aller vier mondsichelähnlichen (eingefärbten) äussersten Figuren.

a)  $c^2 = r_1^2 + r_1^2 \Rightarrow c = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 7,07\text{cm}$  (1P/\_\_\_P)

b)  $A_K = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot 5^2 = 78,54\text{ cm}^2$  (1P/\_\_\_P)

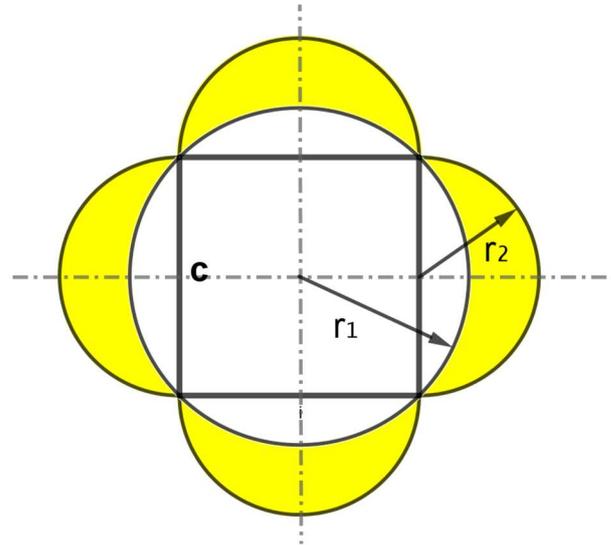
c)  $A_S = 2 \cdot A_{\text{kl. Kreis}} - A_{\text{gr. Kreis}} + A_{\text{Viereck}}$

$$A_S = 2 \cdot \pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_1^2 + c^2$$

$$A_S = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 - \pi \cdot 5^2 + 7,07^2$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{7,07}{2}\right)^2 - \pi \cdot 5^2 + 7,07^2 = 50\text{ cm}^2$$

(2P/\_\_\_P)



**1 Punkt pro Teilaufgabe a) bzw. b)**

**1 Punkt für den Ansatz der Teilaufgabe c)**

**1 Punkt für die Lösung c)**

**Fehlende oder falsche Einheit: kein Abzug!**

Korrekturhinweis:

*Die Fläche der vier mondsichelähnlichen Figuren entspricht der Fläche des Quadrates*

**D. KONSTRUKTIONEN** ▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein.

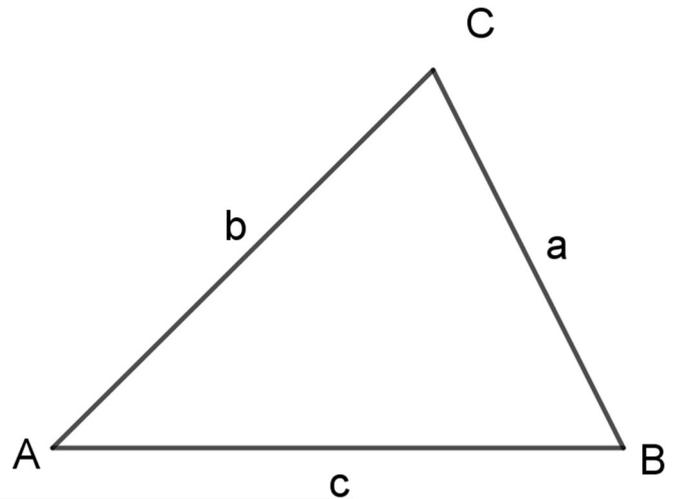
Die Konstruktionen müssen mit Zirkel und Lineal (bzw. Geodreieck) ausgeführt werden.

Es ist kein schriftlicher Konstruktionsbericht verlangt!

12. Konstruiere **den Inkreis** in das gegebene Dreieck ABC.

(2 P/\_\_\_\_P)

Keine Lösung → Lösungsfolie für die Korrektur!



**1 Punkt für die erste korrekt konstruierte Winkelhalbierende**  
**1 Punkt für die zweite korrekt konstruierte Winkelhalbierende und den Inkreismittelpunkt**  
**Wird der Inkreis ohne die Konstruktion der Winkelhalbierenden korrekt gezeichnet gibt es 1 Punkt**

13. Gegeben: Dreieck ABC mit der Seite  $c = 8$  cm,  $b = 5$  cm und der Höhe  $h_c = 4$  cm.

Gesucht: Konstruiere das Dreieck mit Zirkel, Geodreieck und Bleistift.  
Falls sich mehrere Lösungen ergeben, sind alle Lösungen zu konstruieren.

(3P/\_\_\_\_P)

Keine Lösung → Lösungsfolie für die Korrektur!

**1 Punkt für das Höhenband, diese darf auch abgemessen werden, bzw. für den Thaleskreis**  
**1 Punkt für die Konstruktion des ersten Dreiecks**  
**1 Punkt für die Konstruktion des zweiten Dreiecks**

**E. GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN**

▷ Bewertung:

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein. Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

14. Rechne in die verlangten Einheiten um:

Notiere deine Resultate in die Tabelle.

Beispiel →

	Verlangte Umrechnung	Resultat
1,5 Stunden	Stunden und Minuten	1 h 30 min
$10^{-2}$ m	mm	10 mm
$2,5 \cdot 10^6$ g	kg	2500 kg oder $2,5 \cdot 10^3$ kg
8 m/s	km/h	28.8 km/h
70 cl	dm <sup>3</sup>	0,7 dm <sup>3</sup>

(4P/ \_\_\_ P)

**Je 1 Punkt pro richtig ausgefülltes Kästchen**

**(Wissenschaftliche Schreibweise ist auch richtig)**

15. Ein Basketballteam gewinnt an einem Turnier ein Preisgeld von CHF 6'000.-. Das Team will den Gewinn unter den Spielerinnen gerecht aufteilen, und zwar nach der Anzahl der geworfenen Punkte je Spielerin.

Bestimme wie hoch der Gewinn pro Spielerin ist und fülle die Werte in die Tabelle ein.

	Anzahl geworfene Punkte je Spielerin	Gewinn je Spielerin
Spielerin A	123	$\frac{123}{500} \cdot 6000 = \text{CHF } 1476.-$
Spielerin B	110	$\frac{110}{500} \cdot 6000 = \text{CHF } 1320.-$
Spielerin C	106	$\frac{106}{500} \cdot 6000 = \text{CHF } 1272.-$
Spielerin D	85	$\frac{85}{500} \cdot 6000 = \text{CHF } 1020.-$
Spielerin E	76	$\frac{76}{500} \cdot 6000 = \text{CHF } 912.-$

(2P/ \_\_\_ P)

**Je 1 Punkt für zwei richtige Beträge**

16. Geradengleichung, Schnittpunkt und Nullstelle.

- a) Bestimme die Gleichung der Geraden g, welche durch die zwei Punkte A (-9/1) und A (7/5) geht.

Steigung:

$$m = \frac{5 - 1}{7 - (-9)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Einsetzen, um q zu bestimmen:

$$y = mx + q \Rightarrow 5 = \frac{1}{4} \cdot 7 + q \Rightarrow q = 3.25 \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 3.25$$

(3P/\_\_\_P)

**1 Punkt** korrekte Anwendung der Steigungsformel

**1 Punkt** korrekte Steigung

**1 Punkt** korrekter y-Achsenabschnitt

- b) Berechne den Schnittpunkt zwischen der Geraden f:  $y = \frac{2}{9}x - \frac{8}{3}$  und der Geraden h:  $y = -2x + 4$ .

$$y = y$$

$$\frac{2}{9}x - \frac{8}{3} = -2x + 4 \quad | \cdot 9$$

$$2x - 24 = -18x + 36$$

$$20x = 60 \Rightarrow x = 3, \quad y = -2 \cdot 3 + 4 = -2 \quad \mathbf{S(3|-2)}$$

(3P/\_\_\_P)

**1 Punkt** korrekter Ansatz  $y = y$

**1 Punkt** korrekter x-Wert

**1 Punkt** korrekter y-Wert

**F. SACHRECHNEN / TEXTAUFGABEN**

▷ Bewertung: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und vollständig sein. Die Endresultate sind doppelt zu unterstreichen!

17. Herr Weber hat ein neues Auto im Oktober 2017 gekauft. Seitdem ist er mit dem Auto 31'475 km gefahren. Auf 100 km verbraucht das Auto rund 4,3 Liter Benzin.

a) Wie viele Liter Benzin hat das Auto von Herrn Weber bis heute verbraucht?

$$31'475 : 100 \cdot 4,3 = 1353,425 \quad \Rightarrow x = \underline{\underline{1353,43 \text{ Liter}}} \quad (1P/\underline{\quad}P)$$

b) Wie viel Franken hat Herr Weber mit seinem neuen Auto gegenüber seinem alte Auto an Benzinkosten gespart, wenn das alte Auto einen rund 20% höheren Benzinverbrauch hatte und der Preis pro Liter Benzin CHF 1,74 beträgt?

$$1'353,43 \cdot 0,2 = 270,686$$

$$270,69 \cdot 1,74 = 470,99 \quad \Rightarrow x = \underline{\underline{CHF 471.-}}$$

(1P/    P)

**1 Punkt** Berechnung der Liter (Division durch 100 / Multiplikation mit 4,3)

**1 Punkt** 20% Zunahme berechnen mal Benzinpreis